ESAME DI STATO DI ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE

CORSO SPERIMENTALE – Progetto “IBIS”

Indirizzo: COSTRUZIONI AERONAUTICHE

Tema di: AEROTECNICA E IMPIANTI DI BORDO

Sessione Ordinaria 2010

SOLUZIONE

Calcoliamo l'allungamento alare geometrico ed effettivo:

$$\lambda=\frac{b^2}{S}=7.57$$

$$\lambda_e=0.9\cdot\lambda=6.82$$

Possiamo quindi esplicitare la polare del velivolo:

$$C_D=C_{D_0}+\frac{C_L^2}{\pi\cdot\lambda_e}=0.018+0.047\cdot C_L^2$$

Trasformiamo tutte le grandezze dimensionali in unità SI:

Q_0 = 5054 kN = 5.054E+6 N

$T_{d,0}$ = 302 kN = 3.02E+5 N

K_S = 0.41 daN/(daN h) = 0.41 · 10 / 9.81 / 10 = 0.042 kg/(N · h)

Calcoliamo la densità dell’aria alla quota di 2000 m:

$$\rho_z=\rho_0\cdot\left[\frac{T_0+\alpha\cdot z}{T_0}\right]^{4.256}=1.225\cdot\left[1-\frac{6.5\times2.0}{288.15}\right]^{4.256}=1.006\ \ \frac{kg}{m^3}$$

Dalle tabelle dell'aria tipo, leggiamo la densità a 13000 m:

$$\rho_z=0.2655\ \ \frac{kg}{m^3}$$

Fase 1 – Virata

Ipotizziamo che la virata sia del tipo “corretto” e quindi le equazioni di equilibrio risultano:

$$\begin{aligned}&L\cdot\cos\phi=Q\\&L\cdot sen\phi=F_C=\frac{Q}{g}\cdot\frac{V_v^2}{r}\qquad\text{(a)}\\&T_{nv}=D_v\end{aligned}$$

I dati forniti dal testo sono incompleti, quindi assegniamo noi l'assetto, scegliendo quello di efficienza massima:

$$C_{L_{E_{MAX}}} = \sqrt{\pi \cdot \lambda_e \cdot C_{D_0}} = 0.621$$

$$C_{D_{E_{MAX}}} = 2 \cdot C_{D_0} = 0.036$$

$$E_{MAX} = \sqrt{\frac{\pi}{4} \frac{\lambda_e}{C_{D0}}} = 17.2$$

Dalla prima delle (a), ricaviamo la velocità di virata:

$$V_V = \sqrt{\frac{2}{\rho_z} \frac{Q}{S} \frac{1}{C_{L_{E_{MAX}}}} \frac{1}{\cos\phi}} = 148.7 \frac{m}{s}$$

Dalla seconda della (a) ricaviamo il raggio di virata:

$$r = \frac{V_V^2}{g \cdot \tan\phi} = 3904\, m$$

Quindi il tempo di virata sarà dato da:

$$t_V = \frac{\pi/2 \times r}{V_V} = 41.2''$$

e il consumo di combustibile, di questa fase di volo, sarà:

$$M_{C,v} = K_s \times \frac{L}{E_{max}} \times t_V = 0.042 \times \frac{5.054 \times 10^6 / \cos 30°}{17.2} \times \frac{41.2}{3600} = 163.1\, kg$$

Quindi il peso del velivolo all'inizio della fase di salita è:

$$Q_{si} = 5.054 \times 10^6 - 163.1 \times 9.81 = 5.052 \times 10^6\, N$$

e lo spazio percorso in virata è:

$$s_v = \frac{\pi}{2} \times r = 6132\, m$$

<u>Fase 2 –Salita rapida</u>

Ipotizzando che la spinta disponibile, per assegnata quota, sia costante al variare della velocità e introducendo le seguenti costanti:

$$A = \frac{1}{2} \times \rho_0 \times S \times C_{D_0}$$

$$B = \frac{2}{\rho_0} \times \frac{Q^2}{S} \times \frac{1}{\pi \cdot \lambda_e}$$

si ricava la velocità di salita rapida:

$$V_{RA} = \sqrt{\frac{T_d + \sqrt{T_d^2 + 12 \times A \times B}}{6 \cdot A}} \qquad \text{(b)}$$

E' evidente che tale velocità dipenderà dalla densità e quindi dalla quota, da cui dipendono sia A, sia B, sia T_d.

Per un calcolo di prima approssimazione, ci porremo alla quota intermedia di 7500 m, dove la densità risulta:

$$\rho_z = \rho_0 \cdot \left[\frac{T_0 + \alpha \cdot z}{T_0} \right]^{4.256} = 1.225 \cdot \left[1 - \frac{6.5 \times 7.5}{288.15} \right]^{4.256} = 0.557 \ \frac{kg}{m^3}$$

Quindi le costanti A e B valgono:

A = 4.24 kg/m

B = 5.062 E+9 N² m² /kg

e per la spinta disponibile (di un solo propulsore) adotteremo la seguente formula semi-empirica:

$$T_{dz} = T_{d0} \times \left(\frac{\rho_z}{\rho_0} \right)^{0.824} = 1.577 \cdot 10^5 \, N$$

Quindi la velocità di salita – considerando i quattro propulsori – risulta:

$$V_{RA} = 237.9 \, m/s$$

Da questa velocità ricaviamo:

$$T_{no} = A \times V_{RA}^2 + \frac{B}{V_{RA}^2} = 3.294 \cdot 10^5 \, N$$

$$W_{no} = T_{no} \times V_{RA} = 7.837 \cdot 10^7 \, W$$

Quindi il rateo di salita rapida vale:

$$v_{MAX} = \frac{\Delta W_{d_{MAX}}}{Q} = \frac{6.308 \cdot 10^5 \times 237.9 - 7.837 \cdot 10^7}{5.052 \cdot 10^6} = 14.2 \ \frac{m}{s}$$

e l'angolo di rampa β corrispondente vale:

$$\beta \simeq \frac{(T_d - T_{no})_{RA}}{Q} = 6.308 \cdot 10^5 - 3.294 \cdot 10^5 \frac{n}{5.052 \cdot 10^6} \simeq 0.06 \, rad = 3.44°$$

Il tempo di da 2000 a 1300 m, in prima approssimazione, è dato da:

$$t_s = \frac{\Delta z}{v_{MAX}} = \frac{11000}{tg \, 3.44°} \simeq 775'' = 12'55''$$

Lo spazio percorso rispetto al suolo è dato da:

$$s_s = \frac{\Delta z}{tg \, \beta} \simeq 183000 \, m$$

Il consumo di combustibile in salita vale:

$$M_{c_s} = K_s T_d T_s = 0.042 \times 6.308 \cdot 10^5 \times \frac{775}{3600} = 5703 \, kg$$

Quindi il peso del velivolo alla fine della salita risulta:

$$Q_{Sf} = 5.052 \cdot 10^6 - 5703 \times 9.81 = 4.996 \cdot 10^6 \, N$$

Fase 3 –Crociera

Calcoliamo il coefficiente di portanza ad inizio crociera:

$$C_L = \frac{2}{\rho_z} \frac{Q_{sf}}{S} \frac{1}{V^2} = 0.709$$

e il coefficiente di resistenza e l'efficienza:

$$C_D = 0.018 + \frac{0.709^2}{\pi \cdot 6.82} = 0.0415$$

$$E = 17.1$$

Quindi la spinta impegnata all'inizio della crociera è data da:

$$(T_{no})_{ci} = \frac{Q_{sf}}{E} = 2.921 \cdot 10^5 N$$

Ipotizzando che tale spinta rimana costante per tutto il tempo del volo di crociera, il consumo di combustibile risulta:

$$M_c^{'} = K_s \times (T_{no})_{ci} \times t_c = 0.042 \times 2.921 \cdot 10^5 \times 12.5 = 1.533 \cdot 10^5 kg$$

Quindi il peso alla fine della crociera risulterebbe:

$$Q'_{cf} = 4.996 \cdot 10^6 - 1.533 \cdot 10^5 \times 9.81 = 3.492 \cdot 10^6 N$$

Ricalcoliamo l'assetto medio:

$$C_L = \frac{2}{0.2655} \cdot \frac{(4.996 + 3.492)/2 \cdot 10^6}{845 \times 250.6^2} = 0.602$$

$$C_D = 0.018 + \frac{0.602^2}{\pi \cdot 6.82} = 0.0349$$

$$E = 17.2$$

Quindi la spinta media in crociera vale:

$$(T_{no})_{c_{MEDIA}} = \frac{(4.996 + 3.492)/2 \cdot 10^6}{17.2} = 2.467 \cdot 10^5 N$$

ed il consumo in crociera – in seconda approssimazione – vale:

$$M_c = 0.042 \times 2.467 \cdot 10^5 \times 12.5 = 1.295 \cdot 10^5 kg$$

mentre il peso alla fine della fase di crociera risulta:

$$Q_{cf} = 4.996 \cdot 10^6 - 1.295 \cdot 10^5 \times 9.81 = 3.726 \cdot 10^6 N$$

Fase 4 –Discesa

Calcoliamo il coefficiente di portanza alla fine della crociera:

$$C_{L_D} = \frac{2 \times 3.726 \cdot 10^6}{0.2655 \times 845 \times 250.6^2} = 0.529$$

Risulta inoltre

$$C_D = 0.018 + \frac{0.529^2}{\pi \cdot 6.82} = 0.0311$$

$$E = 17.0$$

Assegniamo un angolo di discesa di 3°:

$$L_D = Q \cdot \cos\beta = 3.726 \cdot 10^6 \times \cos 3° = 3.721 \cdot 10^6\, N$$

Quindi la resistenza in discesa sarà:

$$D_D = \frac{L_D}{E_D} = 2.19 \cdot 10^5\, N$$

e i propulsori dovranno fornire una spinta pari a:

$$T_{nD} = D_D - Q \cdot sen\,\beta = 2.19 \cdot 10^5 - 3.721 \cdot 10^6 \times sen\,3° \simeq 24528\, N$$

La spinta massima disponibile a 13000 m si può valutare come:

$$T_{d_z} = T_{d_{11}} \times \frac{\rho_z}{\rho_{11}}$$

Essendo

$$\rho_{11} = 1.225 \times \left[\frac{216.5}{288.15}\right]^{4.256} = 0.364\, \frac{kg}{m^3}$$

risulta

$$T_{d_{11}} = 3.02 \cdot 10^5 \times 4 \times \left(\frac{0.364}{1.225}\right)^{0.824} = 4.44 \cdot 10^5\, N$$

Si ottiene:

$$T_{d_{13}} = 4.44 \cdot 10^5 \times 4 \times \left(\frac{0.2655}{0.364}\right)^{0.824} = 3.24 \cdot 10^5\, N$$

Quindi per scendere con un angolo di 3° all'assetto assegnato, sarà necessario ridurre il numero di giri dei propulsori.

Per trovare il tempo di discesa in prima approssimazione ci riferiremo alla quota intermedia:

$$z_m = \frac{13000 + 3500}{2} = 8250\, m$$

con:

$$\rho_{z_m} = 1.225 \times \left[\frac{234.5}{288.15}\right]^{4.256} = 0.510\, \frac{kg}{m^3}$$

dove la velocità sulla traiettoria è data da:

$$V_{D_m} = \sqrt{\frac{2 \times 3.726 \cdot 10^6 \times \cos 3°}{0.51 \times 845 \times 0.529}} = 180.7\, \frac{m}{s}$$

Lo spazio sulla traiettoria di discesa è dato da:

$$s_{T_D} = \frac{9500}{sen 3°} \simeq 181520\, m$$

ed il corrispondente tempo vale:

$$t_D = \frac{s_{T_D}}{V_{D_m}} = \frac{181520}{180.7} \simeq 1005'' = 16'45''$$

Il consumo di combustibile in discesa vale:

$$M_D = 0.042 \times 24528 \times \frac{1005}{3600} = 287.6\, kg$$

e il peso alla fine della discesa è:

$$Q_{Df} = 3.726 \cdot 10^6 - 287.6 \times 9.81 = 3.723 \cdot 10^6\, N$$

che rappresenta il peso finale del velivolo.

Lo spazio rispetto al suolo, in discesa, vale:

$$s_D = \frac{9500}{tg 3°} \simeq 181270\, m$$

Quindi, riepilogando:

- raggio di virata = 3904 m
- tempo totale = 41.2/3600 + 775/3600 + 12.5 + 1005/3600 = 13 ^{h} 21"
- spazio totale = 6.1 + 183 + 902 × 12.5 + 181.3 = 11645 km

Il consumo complessivo di combustibile risulta:

Mt = 163.1 + 5703 + 1.295 E+5 + 287.6 = 1.356E+5 kg

Vincenzo Mercurio
Docente di Aerotecnica e Impianti di Bordo
ITIS "Feltrinelli" Milano

Ruggero Sguera
Docente di Disegno Progettazione ed Esercitazioni di Costruzioni Aeronautiche
ITIS "Feltrinelli" Milano