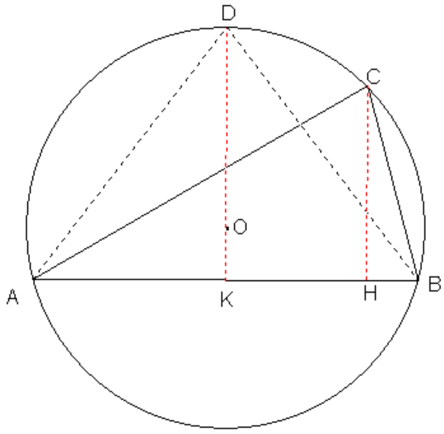
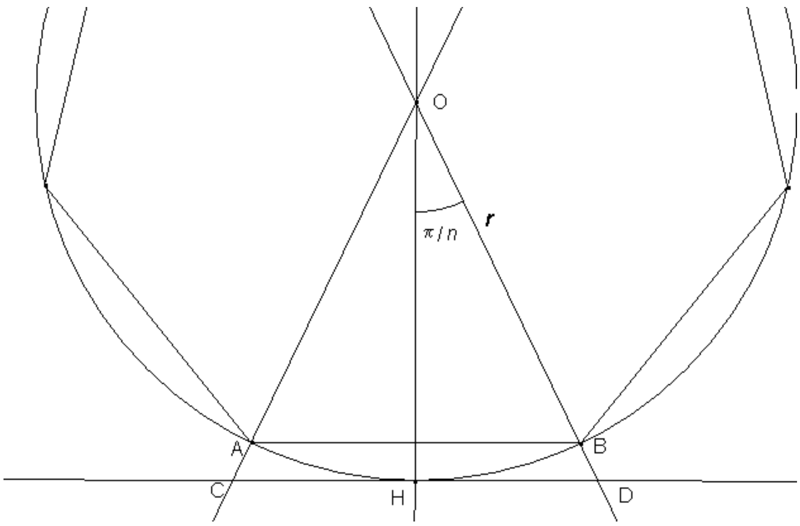
A cura di:
Prof. Ferruccio Rohr - Liceo Scientifico Nomentano Roma
Prof. Gianfranco Pistoni - Liceo Scientifico Artchimede Roma

PROBLEMA 2

1. Fissato un qualsiasi lato *AB* di un generico triangolo inscritto, si ha l'area massima quando il terzo vertice assume la posizione *D* di massima distanza dalla base *AB*, ovvero quando il triangolo e isoscele sulla base *AB*. Ragionando in modo analogo su ciascuno degli altri due lati, il triangolo deve essere isoscele rispetto a ciascuno di essi e quindi deve risultare equilatero.



2. L'area S_n del poligono di *n* lati, regolare inscritto nella circonferenza di raggio *r* è:
$S_n = n \cdot Area(AOB) = \frac{1}{2} nr^2 sen \frac{2\pi}{n}$
. L'area S'_n del poligono regolare di *n* lati, circoscritto alla circonferenza di raggio *r* è:
$S'_n = n \cdot Area(COD) = nr^2 \tan \frac{\pi}{n}$



3. Utilizzando il limite fondamentale $\lim_{x\to 0} \frac{senx}{x} = 1$ e $\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} = 1$ si ha:
$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2} nr^2 sen \frac{2\pi}{n} = \pi r^2 \lim_{2\pi/n\to 0} \frac{sen(2\pi/n)}{2\pi/n} = \pi r^2$
$\lim_{n\to\infty} S'_n = \lim_{n\to\infty} nr^2 \tan \frac{2\pi}{n} = \pi r^2 \lim_{\pi/n\to 0} \frac{\tan(\pi/n)}{\pi/n} = \pi r^2$.
In ciascuno dei due casi si trova l'area del cerchio di raggio *r*.

4. Nella geometria euclidea gli unici strumenti per le costruzioni dei diversi oggetti geometrici sono la *riga non graduata* e il *compasso*. Quadrare un cerchio di raggio assegnato *r* (e pertanto costrubile) vuol dire individuare una *costruzione* con riga e compasso che permetta di individuare il lato del quadrato avente la stessa area del cerchio. Si dimostra che non è possibile individuare una tale costruzione, in altre parole, in questo senso non si può *quadrare* il cerchio.