

OLTRE LE COLONNE D'ERCOLE



Indice:

Prefazione

Astronomia:
l'evoluzione dell'universo

Fisica:
I buchi neri

Matematica:
I limiti di una funzione: conoscere una curva all'infinito

Filosofia:
Il pensiero di Godel: i limiti del pensiero logico-matematico

Latino:
Agostino

Italiano:
Il XXXIIIesimo canto della Divina Commedia: quando le parole non bastano più

Inglese:
Limite della produzione dell'uomo: Frankenstein, l'uomo che si sostituì a Dio

Storia:
la rivoluzione informatica, l'era dei computer, i limiti della tecnologia

Arte:
I limiti dell'arte: dal cubismo a Vargas: quando l'arte diventa tortura

1) I misteri dell'universo: dalla sua origine alla sua evoluzione

Da dove è nato l'universo? Come si sono sviluppate le condizioni per l'evoluzione della vita? Com'era l'universo miliardi di anni fa? Sono forse le domande più complesse che l'uomo possa farsi, e quelle che probabilmente mai avranno una soluzione certa...di esse possiamo dire rappresentano un po' il limite di quella che può essere la conoscenza umana, ma come per ogni domanda che l'uomo si è posto si sono accumulati esperimenti, ipotesi, teorie; alcune dimostrate scientificamente, altre forse impossibili da dimostrare.

La questione sull'evoluzione dell'universo fino a Newton restò arenata su posizioni e congetture poco credibili, ma fomentate da religioni che trovavano in queste teorie anche un fondamento scientifico per la loro fede.

Isaac Newton intuì però che l'universo non poteva essere limitato e ciclico (come volevano gli intellettuali di tutto il mondo dell'epoca) bensì doveva essere perfettamente omogeneo e infinito: doveva, perché in caso contrario le stelle sarebbero state attratte l'una dall'altra dalla reciproca forza di gravità. Ma l'ipotesi Newtoniana era ancora troppo imperfetta poiché non teneva conto delle minuscole perturbazioni che esistono nei vari campi gravitazionali.

Con l'avvento del XX Secolo e delle nuove teorie dei quanti, e della relatività, la cosmologia fece notevoli passi in avanti soprattutto grazie ad Albert Einstein che progettò un modello di spazio quadridimensionale (cioè che teneva anche conto della dimensione tempo), omogeneo e statico, cioè immutabile nel tempo. Su quest'ultimo punto, però si arenò la sua teoria poiché i suoi calcoli avevano soluzione, e quindi senso, solamente se si considerava un universo in via di espansione o di contrazione. Per ovviare al problema ed eliminare la scomoda costante introdotta da Einstein, l'astronomo Hubble, studiando le galassie con il telescopio più potente dell'epoca, osservò che gli spettri della luce delle galassie erano simili a quelli della nostra galassia ma le loro linee erano spostate verso il rosso. Ciò, definito Redshift, è la prova che le galassie si allontanano da noi a una velocità notevole (1000Km/s). Successivamente, con ulteriori approfondimenti e calcoli si notò che lo spostamento delle linee verso il rosso cresce all'aumentare della distanza della galassia presa in considerazione: su questa base Hubble formulò la sua legge:

Le galassie si stanno allontanando da noi con una velocità tanto più elevata quanto più sono distanti ($H_0 = v/d$ dove H_0 è la costante di Hubble, v la velocità di allontanamento e d la distanza della galassia in megaparsec)

Dal movimento di recessione delle galassie si può dunque evincere il lento moto di espansione dell'universo ma si possono anche ricavare dalla formula dell'astronomo americano altre importanti informazioni quali per esempio la distanza delle galassie più lontane o ancora l'età dell'universo: attraverso calcoli derivati dalla legge di Hubble si può affermare che l'età è uguale all'inverso della costante di Hubble (l'età è ad oggi stabilita tra i 12 e i 20 miliardi di anni). Tutto ciò, oltre a darci immediate informazioni sulla nascita del nostro universo lascia, spazio alla nostra immaginazione che ci può aiutare a svelare altri intricati misteri sull'evoluzione dell'universo.

Ad approfondire ulteriormente la teoria di un universo in espansione, lo scienziato belga Lemaitre formulò l'ipotesi che l'universo alle sue origini fosse stato generato dall'esplosione di un atomo primordiale. Quest'ipotesi, dapprima osteggiata dalla comunità mondiale degli astronomi, fu in breve tempo ripresa e studiata con attenzione e si ipotizzò l'esplosione di un piccolissimo punto di densità e temperatura infinita a cui fu dato il nome di Big Bang. Secondo il modello standard della teoria del Big Bang, che fonda le sue radici sulla solida teoria della relatività, è possibile che l'inizio dell'universo abbia i suoi primi istanti di vita addirittura "fuori dal tempo" cioè a partire da secondi negativi (in particolare si può narrare la storia da 10^{-4} s dal tempo 0). Nei primi " non secondi" si formano le particelle base, elementari(quark, elettroni e neutrini) e successivamente le particelle più

pesanti (protoni, neutroni); e a seguire, nei primi minuti del neonato universo, i primi atomi di un isotopo dell'idrogeno: il deuterio, e infine l'elio.

La prova schiacciante che oltre a provare definitivamente la teoria di Lemaitre spazzò via le altre congetture mosse all'epoca, tra cui possiamo ricordare la teoria dell'universo stazionario, fu la scoperta della "radiazione cosmica di fondo" o più semplicemente "fossile". Infatti secondo la teoria del Big Bang l'universo primordiale doveva essere attraversato da una radiazione ad altissima frequenza (raggi X e γ) che, come intuì Gamow doveva essere ancora presente; chiaramente anche questa, sotto l'effetto del redshift col tempo si doveva essere dilatata. L'ipotesi mossa da Gamow fu definitivamente provata nel 1965 quando due astronomi americani osservarono nelle trasmissioni radio satellitari un "rumore di fondo" persistente che stranamente proveniva da ogni parte dello spazio (emesso quindi dall'intero universo). Si capì, poi, attraverso studi approfonditi, che queste onde, identiche a quelle emesse da un corpo nero alla temperatura di 2,7kelvin, erano perciò radiazioni elettromagnetiche con lunghezza d'onda compresa tra 1 mm e 60cm. Tale rumore radio di fondo fu ritenuto immediatamente essere un residuo fossile dell'esplosione da cui derivò l'universo, ed è perciò detto **radiazione cosmica di fondo (o fossile)**.

Questa radiazione però era troppo omogenea per essersi formata in un periodo dove erano già presenti

disomogeneità nella distribuzione della materia, ma questo problema trovò soluzione grazie al satellite COBE, in orbita negli anni 90, che evidenziò una leggera anisotropia nella radiazione fossile: le lievissime variazioni erano il segnale dell'inizio della formazione delle galassie.

Una delle evoluzioni più interessanti della scoperta della radiazione cosmica di fondo è sicuramente la teoria di un **universo inflazionario**. La teoria elaborata dagli astronomi Guth e Linde è estremamente complessa e poco accessibile ai "non addetti ai lavori" ma semplificando la teorie espone un'idea, indubbiamente interessante e credibile, di come l'universo possa essersi evoluto per miliardi di anni fino a diventare l'universo che oggi noi possiamo osservare alzando gli occhi in una sera d'estate. Secondo gli astronomi tedeschi la storia evolutiva dell'universo si potrebbe dividere in 8 grandi ere:

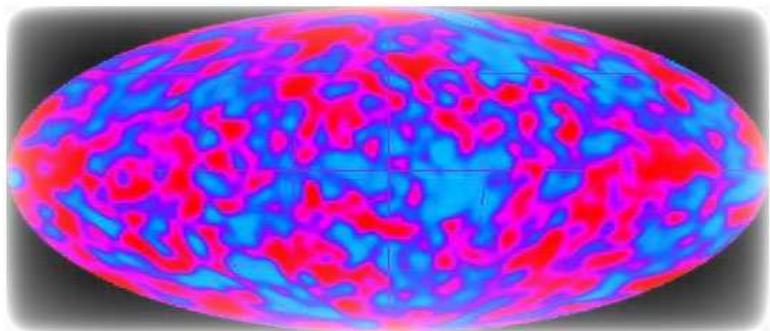


Fig. 1: Rappresentazione grafica della radiazione di fondo presente nello

1. *L'era di Planck* ($0 < t < 10^{-43}$ s) si occupa dei primi "quanti" di tempo dell'universo: non possiamo conoscere esattamente che cosa sia accaduto in questi istanti e, soprattutto, non possiamo definire l'universo con leggi fisiche poiché sia il tempo che lo spazio ancora non potevano esistere (stato di singolarità). Il Big Bang, come afferma lo stesso Guth, si è potuto verificare grazie al vuoto ad alta concentrazione di energia presente; quindi possiamo dire, con toni filosofeggianti, che tutto si è originato dal nulla. Dopo la prima fase di formazione l'universo ha ancora le dimensioni non più grandi di 1 centomiliardesimo di un protone, ma con una densità quasi infinità; da questa densità si deduce facilmente che le quattro forze fondamentali (elettromagnetica, gravitazionale, nucleare debole e nucleare forte) erano unificate in un'unica forza.
2. *La formazione dei quark e il disaccoppiamento della gravita* ($10^{-43} < t < 10^{-36}$ s): la forza di gravità si separa dalla particella mediatrice virtuale, che rimane così composta da 3 delle 4 forze, e compaiono la materia e l'antimateria (in quantità ancora uguali); inizia il processo di

formazione di quark e leptoni, derivati dai fotoni e rapidamente si annichiliscono producendo così nuovi fotoni ad energia molto elevata. La caratteristica fondamentale di questa fase è la sua brevità, infatti questa situazione può permanere finché la temperatura (di milioni di Kelvin) resta in una situazione di equilibrio, cioè maggiore della temperatura critica delle particelle fondamentali.

3. *La grande inflazione (o superespansione $10^{-36} < t < 10^{-32}$):* la temperatura dell'universo si riduce drasticamente e perciò lo stesso si espande con una velocità di molto superiore a quella della luce, diventando grande, per dirla in termini poco scientifici, come una mela. La forza di gravità in questa fase, dove la temperatura scende di moltissimi gradi per poi risalire, ha un ruolo decisivo: grazie ad essa, infatti, l'universo e lo spazio non possono collassare. Inoltre proprio grazie alla forza di gravità la forza nucleare forte si scinde dalla forza iniziale rimanendo così composta dalla forza elettrodebole.
4. *Il definitivo disaccoppiamento delle forze ($10^{-32} < t < 10^{-3}$ s):* questa fase, sicuramente più stabile e meno complessa della precedente, vede l'universo continuare a produrre energia dalla materia. Inoltre, per l'abbassamento della temperatura i quark non possono più esistere liberi e perciò si fondono tra di loro per formare i più pesanti barioni. Infine, la forza elettromagnetica si separa dalla forza nucleare debole creando in questo modo le forze che noi oggi conosciamo e studiamo.
5. *La scomparsa dell'antimateria ($10^{-3} < t < 1$ s):* per motivi poco chiari su cui gli scienziati della NASA stanno ancora studiando, si crea all'interno del neonato universo una lievissima asimmetria nella produzione di materia e di antimateria e, di conseguenza, si salva dal naturale processo di annichilimento che porta alla formazione di nuovi fotoni una sola particella su un miliardo; da questa particella si creerà l'universo che conosciamo formato solo di materia. Da questo punto il numero di protoni, che fino a questo momento era stato uguale a quello di neutroni, incomincia a crescere in percentuale. Infine in questo periodo si creano le lievissime perturbazioni evidenziate da COBE che prenderanno poi il nome di radiazione fossile di fondo.
6. *La formazione di nuclei stabili (1 s $< t < 30$ min):* il raffreddamento dell'universo seguente all'esplosione iniziale fa in modo che si crei l'ambiente giusto per la formazione dei primi nuclei di deuterio che si trasformano in una manciata di minuti (circa 4 minuti) in nuclei di elio, il secondo elemento per abbondanza nell'universo. Riepilogando, l'universo è solo formato da:
 - a) *Protoni*
 - b) *Nuclei di elio*
 - c) *Neutrini, elettroni*
 - d) *Grandissima quantità di fotoni energetici*
 Quest'ultima quantità costituita in gran parte da raggi X impedisce la formazione di atomi stabili. Al termine della sesta fase si viene così a formare il rapporto tra materia ed energia, rapporto che sarà poi fondamentale nella costruzione dell'universo poiché cambiando questo parametro cambierebbe totalmente l'universo.
7. *L'era della radiazione opaca (30 min $< t < 300\ 000$ anni):* ciò che caratterizza questo periodo è la stabilità raggiunta grazie alla temperatura, ormai bassa, che impedisce l'innesco di nuove reazioni nucleari. Ma la densità elettronica è così elevata che nessun tipo di radiazione si può propagare; l'universo, indi, è totalmente opaco.
8. *Disaccoppiamento della radiazione di fondo ($t > 300\ 000$ anni):* la temperatura durante questa fase continua a diminuire toccando picchi minimi di 3000 K, con questa temperatura si riescono a formare i primi atomi stabili e la materia passa dallo stato ionizzato (stato in cui elettroni e neutroni sono totalmente separati) ad uno stato neutro (con gli elettroni che ruotano intorno ad un nucleo). L'universo, a causa della separazione tra materia e fotoni,

diviene trasparente alla luce, che in questo modo può viaggiare liberamente. Questo “primo viaggio della luce”, a causa dell’effetto doppler, è ciò che noi possiamo percepire come radiazione di fondo a microonde.

Dopo circa un milione di anni si vengono a formare, sotto la forza di gravità, nubi di gas freddi e, da queste stelle e galassie, attraverso fasi chiamate **quasar**, che pian piano scompaiono.

Se per analizzare il passato dobbiamo rifarci a teorie e ipotesi, per discorrere su un eventuale futuro dell’universo dobbiamo ancora di più fare uno sforzo di immaginazione e affidarci a ipotesi. Infatti sulla spinta dell’esplosione iniziale l’universo, come è stato già detto, è in fase di espansione, ma è anche sottoposto all’azione contraria della forza di gravità che ha un’azione frenante sull’espansione stessa. Da questo punto possiamo ipotizzare ben tre differenti futuri per l’universo, che sono tutti strettamente correlati alla sua massa e quindi alla sua densità:

- Se la densità fosse maggiore di una certa densità critica, il cui valore fissato a $2,7 \cdot 10^{-30} \text{g/cm}^3$, lo spazio si potrebbe curvare a tal punto da essere richiuso su se stesso formando una sorta di sferoide. In questo caso si potrebbe parlare di un universo chiuso e quindi finito il cui futuro sarebbe quello di iniziare a contrarsi su se stesso diventando sempre più caldo e denso, fino a essere assimilabile ad un punto, oppure potrebbe essere, secondo altre teorie, quello di alternare fasi di contrazione a fasi di estensione.
- Se la densità invece fosse inferiore alla densità critica, l’universo si potrebbe estendere, secondo una superficie non piana, all’infinito. Il probabile futuro dei corpi celesti di questo universo potrebbe essere quello di spegnersi per sempre lasciando così lo spazio senza alcuna stella o galassia.
- Se invece, la densità dell’universo coincidesse perfettamente con il valore di densità critica esso si espanderebbe a velocità finita e decrescente secondo un piano perfettamente piatto.

Infine per concludere questa prima parte è utile introdurre uno dei massimi pensieri del fisico Einstein riguardo alla comprensibilità dell’universo: <<La cosa più incomprensibile dell’universo è che esso è comprensibile>>. Infatti dallo studio dei primi attimi di vita dell’universo, la scienza ha potuto comprendere molte cose su di esso, ma la cosa più importante che si è evinta è che le condizioni iniziali dell’universo hanno poi permesso l’evoluzione di forme di vita...E’ affascinante sapere che noi possiamo pensare, agire e ragionare grazie a delle condizioni che si sono presentate miliardi di anni fa, ma è più affascinante comprendere che cambiare un solo piccolo valore all’interno del sistema universo vorrebbe dire cambiarlo totalmente.

II) La distorsione dei principi della fisica; “il mistero dei buchi neri” tra leggenda e realtà

Uno dei limiti di materie come l’astronomia e la fisica è anche uno dei temi su cui si è speculato per tutto il corso del XX secolo: su di essi esiste una filmografia praticamente infinita, ipotesi e supposte teorie, vere e proprie “leggende metropolitane dello spazio”. Stiamo parlando, chiaramente, dei misteriosi buchi neri e della moltitudine di teorie che li riguardano. Alle parole “buco nero” balzano subito alla mente luoghi tremendi, da cui niente e nessuno può scappare, abissi dello spazio che sono gli incubi del più audace esploratore spaziale. Ma, forse, ponendoci le domande giuste, un argomento come questo può interessare, anche per le moltissime teorie che si possono individuare partendo proprio dai buchi neri.

Sfatiamo già da questo momento il primo dei miti che mette in dubbio l’esistenza dei buchi neri: essi in verità esistono. Ne è stato individuato uno nella zona della stella Cygnus X-1, la quale ruota attorno ad una stella di grande massa, ma invisibile: è quindi teoricamente e praticamente possibile che la stella di grande massa possa essere un buco nero. Inoltre l’ipotesi è confermata dai test sui

raggi X emessi dal corpo celeste che sono simili a quelli che secondo gli studi dovrebbero essere quelli di un buco nero

Ma che cos'è realmente un buco nero?

Il termine “buco nero” fu coniato dal fisico americano John Wheeler nel '69, ma fin dalla seconda metà del seicento si avanzavano intuizioni di stelle con densità molto elevata ed estremamente grandi (circa 250 volte più del sole) che avevano la potenzialità di attrarre corpi anche molto estesi; inoltre, la loro elevatissima densità e la loro capacità di attrazione impedivano alla luce di raggiungerci. Ma questa teoria, seppur ben formulata, aveva dei grossi “bug”, che furono in seguito colmati dalla scoperta della natura ondulatoria e non corpuscolare della luce. Ciò, in parte vero, fu smentito dal fatto che un fenomeno di tipo elettromagnetico non può essere attirato da nessun tipo di campo gravitazionale. Quest'ultima imperfezione fu infine cancellata dalla teoria della relatività che dimostra la natura dualistica della luce (corpuscolare e ondulatoria).

La caratteristica fondamentale di un buco nero, e quella anche su cui si è speculato parecchio, è l'orizzonte degli eventi che delimita una porzione di spazio in cui la velocità di fuga (con il termine velocità di fuga si intende la velocità che un corpo deve avere per abbandonare un campo gravitazionale) è maggiore di quella della luce: ma dal momento che, come afferma la moderna teoria quantistica, nessun corpo è in grado di superare la velocità della luce si deduce che è impossibile allontanarsi dall'orizzonte degli eventi.

In termini tecnici, non divagando tra speculazioni filosofiche, il campo gravitazionale prodotto da un buco nero è talmente forte che riesce a distorcere lo spazio tempo. In termini più semplicistici, portando anche un esempio esplicativo, possiamo dire che osservando da lontano una navicella che si sta introducendo in un orizzonte degli eventi la vedremo rallentare sino a fermarsi in prossimità dell'orizzonte come se il tempo avesse arrestato il suo naturale trascorrere, o si fosse dilatato all'infinito. La situazione si capovolge se si osserva dal buco nero la navicella lontana: essa, per noi, si muoverà a velocità praticamente infinita!

Un'altra particolarità dei buchi neri fu ipotizzata negli anni 60 del XX secolo da Hawking e Penrose i quali giunsero alla conclusione che al centro dei buchi neri esiste una situazione di singolarità (situazione assolutamente non descrivibile dalle leggi fisiche) in cui sia la densità che la curvatura spazio tempo assumono caratteristiche alquanto uniche, infatti ci potrebbe essere una profonda distorsione dei parametri che permettono la vita e l'evoluzione all'interno dell'universo.

Per quanto riguarda le caratteristiche fisiche e strutturali di un buco nero per prima cosa bisogna dire che essi differiscono in dimensioni e forma tra di loro: infatti alcuni di essi sono sferici e non ruotano altri sono rotanti e di forma irregolare che ricorda la forma geoidale della terra (cioè con un rigonfiamento nella parte equatoriale). Anche le dimensioni sono molto varie; infatti, anche se in media essi derivano da stelle con massa 10 volte superiore a quella solare, si suppone l'esistenza di buchi neri massicci e supermassicci (come ad esempio quello che si trova al centro della nostra galassia) che hanno centomila volte la massa solare. Infine, i più vecchi sono presumibilmente anche i più piccoli poiché sono nati a seguito di un'esplosione di supernova.

Circa l'evoluzione di un buco nero molte cose sono ancora da scoprire e non si sa con certezza quali siano la vita e le tappe di un buco nero. Si è dapprima ipotizzato che i buchi neri fossero in grado di espandersi e accrescersi nel tempo, inglobando materia ed energia dall'esterno, ma questa ipotesi decadde quando Hawking, applicando i principi della relatività, dimostrò che si potessero estinguere nel nulla a causa della continua emissione di energia.

Secondo ipotesi fantascientifiche ma basate sulla teoria della relatività, i buchi neri potrebbero essere punti di collegamento (Ponte di Einstein-Rosen) tra diversi universi o tra diversi punti dell'universo. Quindi teoricamente un oggetto che riuscisse a passare incolume attraverso il buco nero si ritroverebbe istantaneamente in un altro spazio e in un altro tempo. Secondo altre, ipotesi i buchi neri sarebbero “gemme di nuovi universi”.

III) I limiti di una funzione: conoscere una curva all'infinito

“Il limite” fondamentale dell’analisi matematica. A. L. Cauchy (1821) lo mise in luce nel tentativo di rendere rigoroso il calcolo infinitesimale.

Esso esprime la tendenza di una quantità variabile (funzione, successione etc.) ad assumere valori arbitrariamente prossimi ad un valore prefissato, rimanendo in generale distinto da questo.

Un primo esempio intuitivo è dato da Archimede (287-212 a.c.), che misurò la lunghezza della circonferenza come valore limite a cui tendono le misure dei poligoni regolari inscritti e circoscritti con un numero via via crescente di lati.

Per definire il limite, evitando di confonderlo con un approssimazione, sono necessari concetti di “distanza” e di “intorno”. La prima è un numero positivo che si associa a 2 punti distinti A e B e che non dipende dall’ordine in cui si considerano i due punti. “l’intorno” di un punto P, in un certo spazio, è l’insieme dei punti di tale spazio la cui distanza da P sia minore di un raggio fissato.

Per esempio la successione di numeri $1/2, 1/3, 1/4, \dots, 1/n, \dots$. Ha come limite lo zero, non perché più n diventa grande, più la frazione diviene piccola (“grande” e “piccolo” non sono termini matematici), bensì perché scelto qualsiasi intorno dello 0, i termini della successione da un certo “n” in poi cadono tutti in tale intorno. Si scrive perciò :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$$

e si legge limite per n che tende all’infinito di uno su n è uguale a zero.

Data una funzione reale di variabile reale definita in un intervallo A B chiuso e sia k un punto esterno o interno all’intervallo di definizione si dice che la funzione tende al limite L, per x tendente a k, se per ogni $\varepsilon > 0$ è possibile determinare un numero δ , dipendente da ε , tale che se $0 < x - k < \delta$ (ossia è possibile determinare un intorno di k, escluso il +k) sia verificata la condizione $|f(x) - L| < \varepsilon$
In questa sede si vogliono studiare i quattro casi che compongono la teoria dei limiti

I) limite finito quando x tende ad un numero finito:

$$\lim_{x \rightarrow k} f(x) = L$$

II) limite finito quando x tende ad infinito (costituito da due casi):

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \quad \text{o} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$$

III) limite infinito per x che tende ad un numero finito (composto dai seguenti due casi)

$$\lim_{x \rightarrow k} f(x) = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow k} f(x) = -\infty$$

IV) limite infinito per x tendente ad infinito (composto da ben quattro casi)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty & \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty & \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \end{aligned}$$

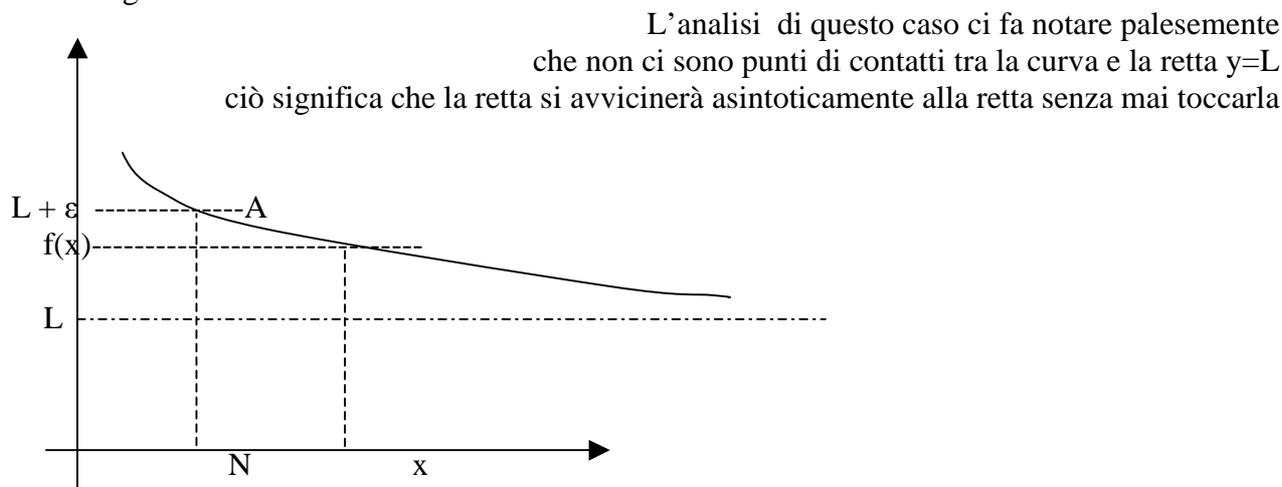
In particolare, in questa sede andremo a studiare ciò che accade se k rappresenta un valore infinito ($\pm\infty$), tralasciando, almeno in parte, il limite finito di una funzione con l'incognita tendente ad un numero finito.

3.1 limite finito quando x tende ad infinito

Si dice che, per x tendente a infinito ($+\infty$ o $-\infty$), la funzione $y = f(x)$ tende al limite finito L se, fissato $\varepsilon > 0$ arbitrario e piccolo a piacere, è possibile determinare, in corrispondenza di ε , un valore $N > 0$ tale che per tutti i valori di x tali che $|x| > N$ si abbia:

$$|f(x) - L| < \varepsilon \quad (\text{o, il che è lo stesso } L - \varepsilon < f(x) < L + \varepsilon)$$

In termini grafici:



Chiaramente se $L=0$ la funzione sarà infinitesima all'infinito. Da cui la definizione: una funzione si dice infinitesima all'infinito se, fissato un numero positivo ε piccolo a piacere è possibile determinare, in corrispondenza di ε , un numero N tale che, per ogni

$$|x| > N$$

Sia verificata una delle due relazioni equivalenti:

$$|f(x)| < \varepsilon \quad \text{o} \quad -\varepsilon < f(x) < \varepsilon$$

Da tutte queste definizioni si può infine concludere che al tendere di x a ∞ la funzione $y=f(x)$ tende al limite finito l , la curva rappresentativa della funzione data ammette l'**asintoto** di equazione:

$$y=L$$

3.2 limite infinito quando x tende ad un numero finito

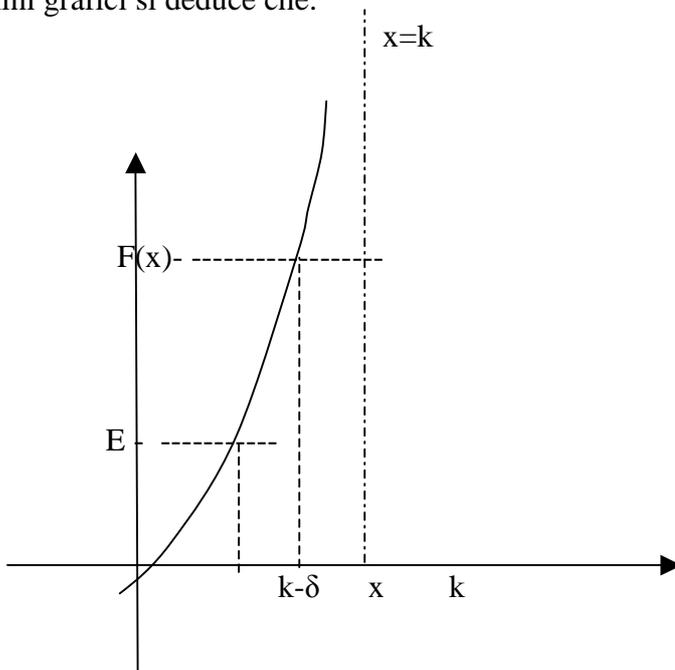
Nel secondo caso che andremo a studiare analizzeremo ciò che accade eseguendo il limite infinito di una funzione con l'incognita tendente ad un numero finito.

Specifichiamo fin da adesso che:

si dice che, al tendere di x a k , la funzione $y=f(x)$ tende a $+\infty$ o a $-\infty$ se, fissato un numero E positivo grande a piacere, è possibile determinare, in corrispondenza di E un intorno di k per ogni x del quale è verificata la condizione:

$$|f(x)| > E$$

Lapalissianamente, se $f(x) < -E$ se il limite è $-\infty$; $f(x) > +E$ se il limite è $+\infty$
 In termini grafici si deduce che:



considerando la retta $x=k$ la curva si dovrà avvicinare a lei asintoticamente cioè, cercherà di avvicinarsi sempre più alla retta ma, questa non le sarà mai tangente.

3.3 limite infinito quando x tende ad infinito

Terzo e ultimo caso analizzato è il limite infinito di una funzione $f(x)$ la cui x tende all'infinito, che avrà dicitura generale:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

Teorema 3: si dice che la funzione $f(x)$ tende ad infinito al tendere di x ad infinito se, fissato un numero E , positivo grande a piacere, è possibile determinare, in corrispondenza di E un numero positivo N tale che:

$$|x| > E$$

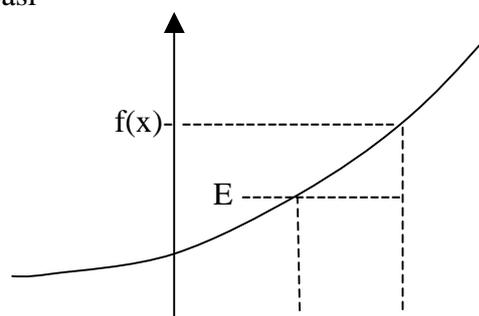
Per analizzare in toto questo tipo di limite si potranno prendere in considerazione, al fine di semplificare i processi, i quattro seguenti casi

I) Potrà essere:

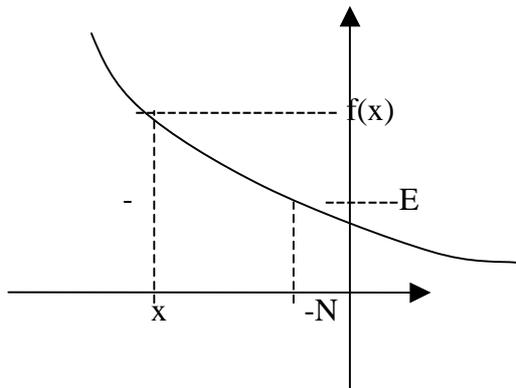
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

E dovrà essere verificata la condizione
 $f(x) > E$

per:



$$x > N$$



II) Potrà essere:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

e dovrà essere verificata la seguente condizione

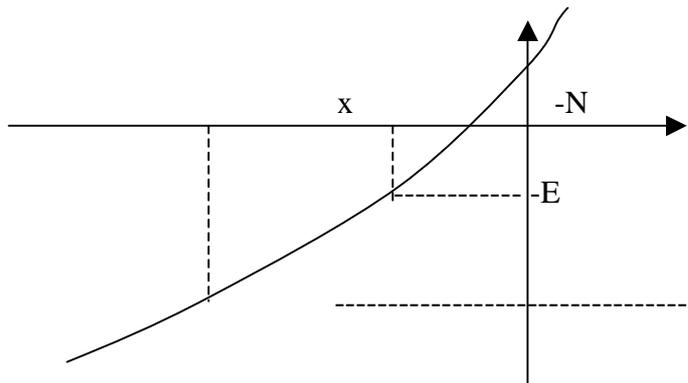
$$\begin{aligned} & f(x) > E \\ \text{per:} & \\ & x < -N \end{aligned}$$

III) Potrà essere:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

E dovrà essere verificata la condizione:

$$\begin{aligned} & f(x) < -E \\ \text{--- } f(x) & \\ \text{per:} & \\ & x < -N \end{aligned}$$

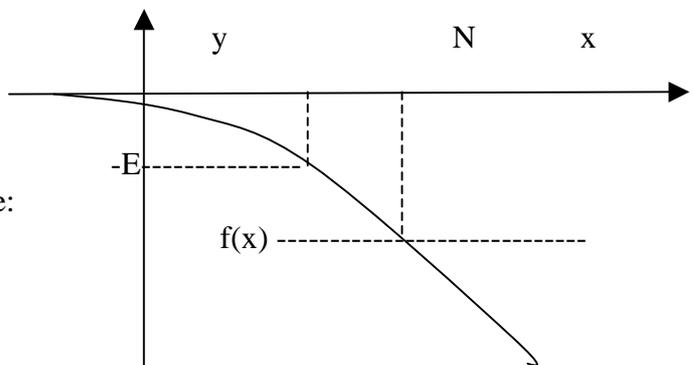


IV) essere:
x

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

e dovrà essere verificata la seguente condizione:

$$\begin{aligned} & f(x) < -E \\ \text{per:} & \\ & x < N \end{aligned}$$



si possono calcolare limiti di funzioni espresse sottoforma di somma, prodotto, quoziente di altre funzioni e talvolta si presentano forme indeterminate tipo $0/0$, ∞/∞ , $\infty-\infty$ e altre. In tal caso si parla di limite di forme indeterminate e per esse si ricorre di volta in volta a metodi particolari (come il teorema di de L'Hospital, per il quoziente di funzioni entrambe infinitesime o entrambe divergenti. Al concetto di limite di una funzione sono legati quelli di derivata e di integrale di una funzione.

V) il limite del pensiero logico matematico; il pensiero di Gödel e la prova ontologica dell'esistenza di Dio; quando la fede non basta più

La matematica, la scienza che più di tutte sembrava non porre limiti alla propria creazione, si dovette arrestare davanti ai teoremi di incompletezza di Gödel, ossia quando la sua base, tanto perfetta e tanto logica, fu incrinata da affermazioni mai fino ad allora formulate. In questa sede analizzeremo il limite che si è dato alla "vecchia" concezione, definiremo il teorema dell'incompletezza di Gödel e ne studieremo la prova ontologica di Dio per capire come lo stesso filosofo moravo giungeva a superare i limiti da lui stesso imposti.

Nel 1931, tra le due guerre, il matematico e logico Princeton Kurt Gödel dimostrò un teorema fondamentale secondo cui esistevano enunciati matematici di cui nessuna procedura sistematica poteva determinare la verità o la falsità. Questo teorema, di sconcertante limpidezza ma di affascinante importanza, non aveva vie di uscite: determinate cose, per quanto si possano studiare o analizzare, in matematica, sono impossibili, perfino in linea di principio. Fu proprio la determinazione di preposizioni indicibili che mise in crisi il sistema logico matematico. Il teorema di Gödel fa riferimento, in pratica, a ben determinate affermazioni come: «la presente proposizione è una bugia», che è impossibile da dimostrare perché l'affermazione o la negazione dell'enunciato ci farebbe cadere in errore o perché inizierebbe un processo ridondante e senza fine, o perché affermando o negando la proposizione si andrebbe contro la proposizione stessa. Chiaramente, i paradossi che formano queste proposizioni indicibili sono sempre esistiti, si pensi alla medioevale affermazione:

Socrate: «Ciò che Platone sta per dire è falso»

Platone: «ciò che Socrate ha appena detto è falso»

Come espone il filosofo, il teorema si può meglio comprendere con l'aiuto di una storiella. In un paese lontano, un gruppo di matematici che non avevano mai sentito parlare di Gödel si convinse che esisteva davvero una procedura sistematica per determinare infallibilmente la verità o falsità di qualunque proposizione sensata e si propose di dimostrarlo. La loro procedura poteva essere eseguita da una persona, o da un gruppo di persone, o da una macchina, o da qualsiasi combinazione di queste tre possibilità. Nessuno sapeva con certezza quale combinazione avessero scelto i matematici perché il sistema era situato in un grande edificio universitario, piuttosto simile a un tempio, e l'ingresso era vietato al pubblico. Comunque, il sistema venne chiamato Tom. Per controllare l'abilità di Tom gli venivano sottoposte complesse asserzioni logiche e matematiche di ogni tipo e, dopo il tempo necessario per l'elaborazione, arrivavano puntualmente le risposte: vero, vero, falso, vero, falso... Dopo non molto, la fama di Tom si diffuse in tutto il paese. In molti venivano a visitare il laboratorio e aguzzavano sempre di più l'ingegno per formulare problemi sempre più difficili, nel tentativo di mettere in difficoltà il sistema. Nessuno ci riuscì. La fiducia dei matematici nell'infallibilità di Tom crebbe a tal punto che persuasero il loro re a offrire un premio a chiunque riuscisse a sconfiggere il suo incredibile potere analitico. Un giorno, un viaggiatore che veniva da un altro paese giunse all'università con una busta e chiese di sfidare Tom. Nella busta c'era un pezzo di carta con una proposizione da sottoporgli. La proposizione, che possiamo indicare con «P» («P» sta per «proposizione» o per «paradosso»), diceva semplicemente: «Tom non può

dimostrare che questa proposizione è vera». P venne sottoposta a Tom. Erano passati appena pochi secondi che il sistema entrò in preda a una specie di convulsione. Dopo mezzo minuto un tecnico giunse correndo dal laboratorio con la notizia che Tom era stato disattivato a causa di problemi tecnici. Che cosa era accaduto? Supponiamo che Tom dovesse arrivare alla conclusione che P è vera. Questo significherebbe che la proposizione «Tom non può dimostrare che questa proposizione è vera» sarebbe stata falsificata. Ma se P è falsificata, non può essere vera. Così, se Tom risponde «vero» a P avrà raggiunto una conclusione falsa, contraddicendo la sua vantata infallibilità. Dunque Tom non può rispondere «vero». Siamo così giunti alla conclusione che P è effettivamente vera. Ma nel giungere a questa conclusione abbiamo dimostrato che Tom non può giungere a questa conclusione. Questo significa che noi conosciamo la verità di una proposizione che Tom non può dimostrare. Questa è l'essenza della dimostrazione di Gödel: che esisteranno sempre certe proposizioni vere che non possono essere dimostrate. Il viaggiatore, naturalmente, lo sapeva e non ebbe alcuna difficoltà a costruire P e intascare il premio.

E' da sottolineare, a scanso di equivoci, che le limitazioni messe in luce dal filosofo moravo non riguardano la proprietà delle proposizioni che si cerca di dimostrare ma lo stesso metodo assiomatico di dimostrazione logica. Comunque, nel corso degli anni, l'idea di indagare le proposizioni matematiche non morì mai; su di esse si studiarono modi per distinguere le proposizioni dicibili da quelle indicibili ma si arrivò presto alla conclusione che questa meta era irraggiungibile poiché il procedimento per asserire la veridicità o la falsità di una proposizione sarebbe infinito e il risultato non potrebbe mai essere conosciuto.

Il teorema dell'incompletezza ebbe poi maggiore applicazione nella dimostrazione ontologica dell'esistenza di Dio, prova che sembrava in netta contrapposizione con il teorema ma che invece trova in questo il suo cardine. La prova rimase inedita fino al 1987, anno di pubblicazione negli Stati Uniti, e ciò era dovuto al fatto che il moravo temeva di essere frainteso: credeva che la sua dimostrazione non fosse apprezzata per la sua coerenza logico matematica ma interpretata come una deviazione verso il misticismo. L'*Ontologisches Beweis* di Gödel è a tutti gli effetti una procedura matematica composta da ventotto passaggi e da sette dimostrazioni che, in modo leibniziano, affermano l'esistenza necessaria di un essere G (Gott, appunto Dio) che racchiuda in sé solo e solamente proprietà positive. Si omette nel nostro discorso la dimostrazione che, seppur interessantissima dal punto di vista matematico, non ci offre lo spunto di riflessione che invece in questa sede vuole essere sottolineato. Gödel, nella sua dimostrazione, sottolinea il fatto che a G appartengono le proprietà positive necessariamente per essenza e che G stesso è una proprietà positiva; inoltre, giocando con assiomi, teoremi e definizioni già date per vere, il filosofo con la brillante dimostrazione sembra palesare l'esistenza di G. Senza troppi fronzoli o abbellimenti, la Beweis Gödeliana ha il potere di farci credere per forza nell'esistenza di un essere positivo costituito da sole proprietà positive, che sembra anche essere in accordo con termini e definizioni matematiche. Chiaramente, la prova non garantisce un'argomentazione capace di affermare l'assoluta identità tra esistenza possibile ed esistenza necessaria. In conclusione, si vuole rammentare come l'ente di natura divina dotato di tutte le proprietà positive e necessariamente esistente non venne da Gödel relegato nel ruolo di «Dio della ragione» di fronte al quale «l'uomo non può pregare, non può sacrificare e non può per timore cadere in ginocchio» (Heidegger, *Identità e differenza*); infatti, il logico moravo considerava Dio non solo un'entità razionale logicamente dimostrabile ma anche come un essere degno di venerazione.

VI) Dio come il centro del mondo; Agostino, il simbolo della fede in Dio

In contrapposizione con quello che abbiamo detto fino a questo momento, c'è una visione più semplice, più limpida, senza formule o assiomi, qualcosa che non ha bisogno di studi approfonditi, lauree e libri, qualcosa che il mondo di oggi in parte ha perso, qualcosa, secondo molti effimero o come i più intransigenti sostengono, totalmente inutile e privo di senso, qualcosa che dà a molti la forza di alzarsi la mattina, combattere le proprie battaglie e i propri fantasmi e che dà la forza di addormentarsi la notte, qualcosa di intangibile di totalmente distaccato da noi ma che dà la forza ai più deboli, qualcosa che, sebbene le speculazioni e i castelli di sabbia che si sono venuti a formare a causa della brama di alcuni, è sempre lì, qualcosa con cui tutti, chi più e chi meno, fanno i conti tutti i giorni, qualcosa che fa sognare i sognatori e vivere chi non ha altro. Stiamo parlando della figura di Dio, della misteriosa e polimorfa figura di Dio, chiamato nel corso dei secoli Dio, Maometto, Confucio, Bhudda, Allah e chi ne ha più ne metta, dalla cui fede si sono sfumati pian piano caratteri riguardanti materie più umane, ma certamente meno divine, che hanno contribuito alla sdivinizzazione della divinità. In questa sede, però, andremo focalizzando la nostra attenzione sulla pura fede in Dio di una persona dell'antichità latina che ha dedicato la sua vita alla fede e alla religione. La figura in questione è Agostino.

Egli nacque a Tagaste in Numidia nel 354, la giovinezza la trascorse a Cartagine dove studiò filosofia e retorica. Il rapido passaggio da Roma a Milano, la conoscenza di Ambrogio e lo studio delle Sacre Scritture lo avvicinarono al Cristianesimo, finché nel 386 avvenne la definitiva conversione. L'anno dopo ricevette il battesimo da Ambrogio e prese la decisione di ritirarsi a vita monastica in Africa. Morì nell'agosto del 430.

La sua produzione è la più vasta dell'intera letteratura latina (oltre mille titoli) di cui molti sono a carattere esegetico o antieretico. Si schierò sempre e comunque contro le eresie difendendo le posizioni della Chiesa; altri scritti sono di carattere apologetico o di interpretazione o dogmatico. E' da sottolineare l'immenso epistolario che ci ha lasciato: circa 200 lettere che hanno diversi destinatari tra cui Girolamo e Paolino di Nora.

Per l'analisi delle componenti teologiche del credo agostiniano facciamo riferimento a tre principali opere: "De doctrina Christiana" in quattro libri, "Confessiones" in tredici libri e il "De civitate Dei" in ventidue libri. Il primo è indirizzato ai cristiani e ai predicatori e illustra in un primo momento i testi sacri, e qui possiamo vedere la retorica come strumento adatto per la diffusione del credo. Nelle "Confessiones" Agostino fa un'analisi, in una prima parte introspettiva, che poi evolverà in uno studio esegetico della Bibbia; in una seconda parte riprende il motivo autobiografico tipico della prima parte e percorre le tappe fondamentali della sua vita. In "De civitate Dei" difende il cristianesimo dalle accuse pagane, le riprende, le smonta e lancia una pesante invettiva contro i pagani. Inoltre ipotizza l'esistenza di due città: una terrena fondata sull'amore di sé e una celeste eretta sull'amore di Dio: il giorno del giudizio universale la città terrena verrà distrutta lasciando spazio solamente a quella celeste.

La speculazione agostiniana è alla base di molte teorie successive e di molti pensatori medioevali e rinascimentali. Inoltre, non si azzarda dicendo che Agostino anticipò di secoli le teorie freudiane. In particolare la sua filosofia si fonda su temi fondamentali, quali il rapporto tra l'uomo e il mondo, fra cristianesimo e letteratura, fra l'uomo e la propria interiorità. Inoltre egli rivisita in chiave maggiormente cristiana la storia che viene vista come campo d'azione dell'umanità, comunque governata da Dio e dalla Provvidenza. Per questo motivo la storia non può tendere al male ma solamente al bene e al ricongiungimento con Dio. Come si evince dal "De civitate dei" lo sviluppo in parallelo di due città mette in luce le differenti concezioni esistenti tra gli uomini su ciò che è essenziale e utile. Un lato rappresentato dalla città terrena dove gli uomini sono corrotti dal potere, dal denaro e dal piacere, l'altro più pacato e semplice costituito dalla città celeste dove gli uomini hanno avuto la rivelazione che ha aperto le loro menti e ha indicato loro la via più giusta. Perciò il

cristiano vive questa vita come attesa del mondo celeste ed è per questo motivo che si sente straniero, cioè inserito in una realtà desiderandone un'altra ben diversa. A questo proposito il filosofo latino riflette anche sullo Stato e ne ricava la conclusione che anch'esso è uno strumento della provvidenza. Lo Stato non è autonomo né perfetto, ma la sua esistenza all'interno della società fa in modo che l'uomo, sotto la pressione dalle leggi, non cada in tentazioni ben più gravi. Così il teologo ne afferma il carattere necessitante. Inoltre l'apparato di leggi e la struttura che si erige da questo fa in modo che si venga a formare uno stato di pace e di tranquillità dove il cristiano può riflettere e pregare per scoprire dentro di sé la strada più breve per la città celeste. Chiaramente il miglior apparato politico-istituzionale per Agostino è l'impero romano poiché è quello più giusto, che ha permesso la pacifica convivenza dei popoli e diviene, perciò, il più lampante dei prodotti della divinità. Per questo motivo il cristiano deve sottostare all'impero e rispettarne le leggi, e anche partecipare alle attività militari (chiaramente al solo scopo difensivo). Si noti a questo punto l'immersione del tema religioso in ogni campo della vita umana e possiamo sottolineare il fatto che Agostino non pone limiti alla manovra di Dio che secondo la sua concezione vive in tutto.

In "Confessiones" il discorso diviene più interiore; si abbandonano i temi politico storici per fare posto a temi più profondi e personali. Quest'opera, difficile da inquadrare in un ben definito genere, dà spazio e ampio respiro a diversi livelli di narrazione e di riflessione: si passa dalla semplice autobiografia, che però non è ricalcata dagli stili tradizionali autobiografici, a riflessioni profonde sulla teologia e sulla vita, a preghiere vere e proprie. Ma partiamo dall'inizio, dal livello più semplice e comprensibile: l'autobiografia. Innanzi tutto gli eventi della vita di Agostino hanno un rilievo autonomo e si tingono a tratti di un intenso simbolismo e vengono usati per cercare nella vita antecedente alla conversione i segni di Dio. Nella sua narrazione Agostino per certi versi descrive sé stesso in una maniera non realistica, ma come una figura esemplare, egli rappresenta dantesca l'intera umanità che diviene in questo modo il destinatario dell'opera. La figura di Dio è sicuramente particolare e polimorfa, egli è il confessore dello scrittore ma è anche l'Essere presente che è continuamente assente, di cui l'uomo non può comprendere l'infinita grandezza. Da qui deriva il senso di nullità dell'uomo rispetto alla divinità, senza la quale l'uomo è in balia del male e della perdizione.

Uno degli elementi più interessanti dell'opera agostiniana è sicuramente la capacità dell'autore di autoanalizzarsi, utilizzata sapientemente per ritrovare Dio in sé stesso, per analizzare le forze che inconsciamente ci spingono verso il male. Egli trae le sue conclusioni su ciò che analizza. La colpa che l'uomo perennemente ha addosso non è tanto nata da un errata concezione del bene quanto dal desiderio del male insito dentro i suoi pensieri e i suoi sentimenti. Scostandosi da questo tema Agostino illustra che cos'è il tempo, che è molto di più che il semplice fluire di secondi e minuti; in maniera quasi Bergsoniana egli dice che il tempo è estremamente soggettivo, ma divide anche la concezione che l'uomo ha del tempo in due parti: una è quella dell'uomo in cui il scorrere dei giorni significa dolore, morte, mutevolezza; mentre l'altra è quella della dimensione divina in cui il tempo non passa mai, Dio è immutabile, fuori dal fluire che lui ha creato. Strettamente connessa alla concezione del tempo è la memoria, o come preferisce definirla il filosofo latino "la potenza di memoria", che può indagare nelle più recondite possibilità umane. La memoria ha il piacevole potere di rievocare gusti e sapori dimenticati come se fossero presenti.

Uno degli ultimi temi trattati da Agostino è quello dell'amore: questo viene visto da un punto di vista stoico, perciò non gli si deve opporre alcuna resistenza, anche perché è una delle forze fondamentali che fa agire l'uomo, l'amore guida gli uomini verso Dio e quindi il miglior modo per avere fede è amare e questo, nella visione cristiana del filosofo, diviene il mezzo di comunicazione principale tra Dio e l'uomo. In questa concezione religiosa dell'amore assume connotati particolari e importanti la figura dell'amico e dell'amicizia, che tratta in maniera Ciceroniana e Seneciana, mettendo in evidenza il valore disinteressato che questa ha. L'amicizia può esistere solo tra chi ha

fede perché se si ha fede si è innamorati di Dio e solo tra chi nutre lo stesso sentimento può esistere l'amicizia.

VII) *Il limite della letteratura: canto XXXIII del Paradiso della Divina Commedia di Dante; quando le parole non bastano più.*

Il viaggio di Dante attraverso i tre mondi ultraterreni si conclude nell'empireo, dove Dante assiste alla visione di Dio e sopraffatto dalle emozioni provate non riesce a descrivere ciò che vede, ma solamente le sue emozioni. È questo il limite della letteratura: come poi vedremo Dante non ha le capacità di narrare ciò che accade e perciò gli restano solamente le sue emozioni.

Il canto si apre con la preghiera di S. Benedetto alla Vergine affinché interceda in favore di Dante, in modo che egli possa assistere alla visione di Dio. Grazie ad un furbo gioco di sguardi Dante è ammesso alla visione del raggio divino, ma pur riuscendo a sostenerne la vista, non riesce a descrivere l'esperienza poiché supera i limiti della memoria umana, e resta solo la dolcezza dell'impressione provata. A questo punto Dante prega Dio affinché gli consenta di trasmettere almeno in parte ciò che ha visto. Ed eccogli rivelata l'unità dell'universo e svelati i misteri del cristianesimo. Alla fine il desiderio di Dante e la sua volontà sono in sintonia con quelli di Dio.

Il canto si può dividere in due parti: la prima, è la preghiera alla Vergine; la seconda, (più importante per la nostra analisi) la visione di Dio e le dichiarazioni di ineffabilità.

La prima, stilisticamente perfetta, ricorda le preghiere tipiche dell'innografia cristiana, quali "Salve Regina" "Ave Maria", il "Gloria", e il "Te Deum". La preghiera è scomponibile a sua volta in due parti minori: le lodi a Maria e la supplica vera e propria. Le lodi che hanno come soggetto la Vergine riprendono molto dalla retorica latina e il lettore è costantemente disorientato da antitesi ("Madre Vergine", "figlia del tuo figlio", "umile ed alta") che hanno anche la funzione di sottolineare il ruolo costante che ha avuto la Madonna nel piano divino; per mezzo di lei Dio si è fatto uomo cioè figlio del suo figlio. La lode prosegue con due metafore che riguardano rispettivamente la funzione della Vergine sulla terra (paragonata alla fiaccola che risplende come il sole a mezzogiorno) e la sua funzione in paradiso (inesauribile fonte di speranza).

Nella seconda parte della preghiera si passa all'invocazione di Dio, dove S. Bernardo ripercorre il viaggio di Dante dall'Inferno al Paradiso per dirigersi verso "l'ultima salute". La supplica di S. Bernardo prosegue con la spiegazione degli intenti di Dante e di Bernardo stesso che desiderano ardentemente di vedere Dio che è "sommo piacer". Questa seconda fase si conclude con la raccomandazione a Maria di salvaguardare il pellegrino dal vizio e dal peccato una volta tornato sulla terra.

Da questo punto in poi al linguaggio verbale si sostituirà quello visivo. La Madonna, attonita in un freddo mutismo fissa "l'eterno lume"; in questa situazione lo sguardo è più forte delle parole che, in questo caso, rovinerebbero l'atmosfera e sarebbero superflue, inoltre Dante riprende quella concezione, tipicamente medioevale, secondo cui lo sguardo era il veicolo dell'amore, che viene così ripreso e innalzato ad una dimensione tutta religiosa e spirituale. In questa situazione Dante brama in silenzio la visione di Dio e quando finalmente dirige il suo sguardo l'emozione tocca il suo massimo, il suo apice. La comunicazione diviene solo visiva e luminosa, non più verbale e tutto si tinge della velata aura del sogno; infatti Dante è in grado di rammentare solamente la dolcezza della visione ma non la visione stessa. Per questo motivo Dante torna a trattare il motivo di ineffabilità più volte ripreso nel corso della terza cantica (vedi I canto con l'invocazione ad Apollo) che però in questo caso è diretta senza mediazioni alla divinità; ciò significa che la fede ha preso il posto della razionalità, e che Dante, davanti alle porte della verità e del mistero, ha raggiunto il massimo della sua tensione spirituale e intellettuale. In questo momento Dante cerca di descrivere cosa accade ma è costretto a ricorrere a similitudini e metafore, quindi a razionalizzare un evento che

NON può essere razionalizzato e quindi è costretto, per non ricadere nell'errore, a dichiarare l'impossibilità di raccontare, poiché non esistono, e mai esisteranno, strumenti per raccontare un qualcosa di mistico e incomprensibile.

Dante, penetrando nell'essenza divina, percepisce in un attimo la totalità dello scibile. In questo momento ciò che predomina è la calma e l'ordine perfetto che è reso in questo caso con la famosa metafora del volume. La straordinarietà della visione provoca però un oblio tale che è iperbolicamente maggiore di quello causato dall'impresa degli Argonauti venticinque secoli prima; il parallelo tra mito e religione serve al poeta fiorentino per circondare l'esperienza di un'aura mitica, poiché gli uomini non possono conoscere la totalità dei sentimenti dello scrittore e perciò introduce un elemento a loro noto, per far capire ciò che egli sta provando. Inoltre, stilisticamente parlando, ciò serve anche a sottolineare l'importanza di quel momento. Dante poi tenta di tradurre in forme geometriche il mistero della Trinità e questo è possibile perché la vista di Dante si è rafforzata sempre di più e tale rinvigorismento ha provocato in lui una mutazione interiore che gli consente d'intendere ciò che è razionalmente incomprensibile per la mente dell'uomo. A questo punto accade la visione dei tre cerchi e colori, generati l'uno dall'altro (le tre persone della trinità): e si tratta proprio di cerchi perché rimandano all'idea di perfezione in quanto non hanno né un inizio né una fine. In particolare, il secondo cerchio, formatosi per riflesso dal primo, rappresenta l'uomo con gli stessi colori del cerchio, e ciò sta a simboleggiare la doppia natura, divina e terrena, di Cristo. Ecco raffigurato nell'istante successivo, un altro importante mistero, quello dell'incarnazione, seppure con una visibilità incerta poiché la figura ed il cerchio sono dello stesso colore e quindi scarsamente distinguibili. Le trasformazioni geometriche sottolineano la volontà di conoscenza intellettuale da parte dell'uomo-Dante e nello stesso tempo il limite di tale conoscenza, poiché Dante, quando cerca di capire come l'immagine umana si adatti alla forma del cerchio e trovi posto in essa, viene a trovarsi nella stessa condizione dello studioso di geometria che non riesce a risolvere il problema della quadratura del cerchio.

In conclusione, anche in quest'ultimo canto l'abilità stilistica di Dante è straordinaria, come si rileva dal plurilinguismo utilizzato per rendere adeguatamente l'oscillazione tra umano e divino e l'intersecarsi di queste due di realtà tra loro difficilmente intersecabili. Anche qui Dante fa un ampio uso di latinismi e di termini filosofici e gallicismi per rendere il discorso sia più fluido, sia più aulico che più realisti.

VII) The limits of the human production: Mary Shelley's "Frankenstein"; when a man becomes a God

Humanity tries always to overcome his limits in his production. We can see this in every field of knowledge, we can take many fields as science, philosophy, or more simply our physical limits (i.e. extreme sports). This particular and very important aspect of the human nature is told in Mary Shelley's "Frankenstein", that is for many aspects, how we are going to say later, more than a simply horror story. In fact this work can be read in many different ways: from a feminist critique to a modern essay about cloning, and also it can be read as an investigation on the human creation limits. Some people say "there is no limit to human creation"; but is it really so? Or man has to place a limit to his creation? May be he says in his mind: "okay, I have the possibility to do this but I have not the power of doing this, because I am neither god nor nature, and I cannot act like I was. Or not?" Mary Shelley's "Frankenstein" represent this eternal trouble that exist in the soul of every man. We are going to explain both the plot, and the interpretation of the novel. In order to simplify the analysis of the novel I have preferred to divide the analysis into three different parts.

7.1 Frankenstein's general plot

Victor Frankenstein, a brilliant scientist, discovers the secret of giving life to inanimate matter, and so he decides to create a living being putting together parts of some corpses. The so generated creature has a supernatural strength but also a brutal appearance. After a series of terrible adventures the monster Frankenstein changes his mind into a destructive and homicidal one, and, of course, he does not behave under his creator's control. At the end, he, lonely and without a female companion, kills his creator's brother, his friend Clerval and his bride Elizabeth. Dr. Frankenstein follows his creation to the Arctic to destroy it and, unfortunately, he finds his death.

7.2 Frankenstein's general stylistic connotations

It is structured as an epistolary novel. Moreover, as it happens in Coleridge's "the rime of the ancient Mariner", the narrator of the story is an external character, namely an explorer who met the scientist Frankenstein shortly before he dies. In Coleridge's manner, Frankenstein the doctor tells his sorry tale. At a certain point of the novel the point of view of the narrator split from the explorer one to Frankenstein the monster's one; in this way we can understand what happens in the monster's mind, and Mary Shelley does this in order to demonstrate how an innocent being can be corrupted by a society corrupted itself.

7.3 Interpretation

As I said, this novel can have a lot of interpretations, and his structure is made up in a way that is perfect for introducing every kind of speech about everything concerning human productivity and creation.

As for our speech about limits, it is important to remark the way Mary Shelley analyzes our subject. The subtitle of the novel is "*The modern Prometheus*", referring to the ancient myth of Prometheus, who stole fire from gods with the purpose of making men equal in power to them. This is an important information for our study, in fact, Frankenstein, giving life to an inanimate matter makes himself a god between men. In this way he can create, as God did with men, a world populated by animate beings that resemble their God, their father Frankenstein. It is the greatest power in the universe, but, as we can see in the novel, also the most dangerous: in fact, if you have the power of giving life, you have also the responsibility of the actions of your "creations". Interfering with nature is always dangerous, because only nature, or God, can have the power of creation; men are imperfect, and so also their creatures are imperfect and thus society too is imperfect, and often corrupted by every kind of sin; the innocent (but imperfect) creature of the man, in a way similar to the novel one, is going to be corrupted by the society. Nevertheless this novel can be read as an interpretation of the woman capacity of giving life, but we can remark some important aspect about that: first of all the "creation" of a new life is a fruit of the love that can exist only between two persons; secondly, the conception is not something that you can make in a laboratory (in a better way: nowadays you can, but sometimes it is considered immoral or unromantic); thirdly, a man or a woman cannot create life without another man or woman.

VIII) I limiti del progresso: dalla Globalizzazione alla bioetica

La storia insegna; conoscendo la storia si possono prevedere meccanismi futuri e si può conoscere il nostro passato. Ma arriva un punto in cui la storia cambia, evolve, cambiano i meccanismi, i processi storici, passa ad un livello superiore, e improvvisamente ci si chiede se questa possa essere la strada giusta; ma tanto ormai si è presa e non si può più tornare indietro, perché, come insegna la storia, il passato è passato e non può più tornare. Ci si chiede, ora, se abbiamo preso la strada giusta, dopo due guerre mondiali, conflitti e tanta sofferenza.

La crisi petrolifera del 1973-74 aveva fatto emergere nuovi inquietanti problemi riguardo alla società industrializzata che si veniva a formare durante quegli anni. Primo fra tutti, si mise in evidenza il carattere limitato, e dunque esauribile, delle risorse prodotte dal pianeta. Strettamente legato a questa limitatezza era il comportamento delle masse verso l'ambiente; infatti, lo sviluppo a cui la popolazione mondiale andava incontro aveva le sue principali vittime nella natura e nell'ambiente, che furono letteralmente violentati diverse volte da disastri ambientali durante il corso del secolo. Ciò produsse un'animata critica presso una vasta porzione di popolazione: si formarono movimenti ambientalisti (o verdi) attenti alle tematiche dell'ecologia e fondati sulla denuncia sistematica delle minacce portate all'ambiente da parte dell'azione dell'uomo.

La risposta alla crisi petrolifera dei governi di tutto il mondo fu molteplice: alcuni preferirono orientarsi verso la produzione di energia nucleare, economica dal punto di vista finanziario ma estremamente pericolosa in caso di incidenti (si ricordi nel 1986 l'esplosione di Chernobyl di cui, ancora, alcuni paesi soffrono le conseguenze). Altri si orientarono verso la produzione di energia "pulita", ossia prodotta da fonti rinnovabili (solare, eolica, geotermica). In generale, comunque, il consolidamento dei costi petroliferi seguito alla crisi fece riflettere i governi che smisero di pensare allo sviluppo in modo utilitaristico ma come sviluppo sostenibile, cioè valutando le possibilità dell'ambiente di sostenere i costi dello sviluppo umano.

Altro fattore estremamente importante per l'analisi del progresso nell'età contemporanea è stata la rivoluzione elettronica o informatica. Con questa si va sviluppando un nuovo tipo di società in cui il posto e l'importanza del lavoro manuale si riducono, le fabbriche perdono gran parte del loro peso. Il fulcro, o più tecnicamente il "core", della rivoluzione è nell'elettronica che si afferma con l'invenzione dei computer; enormi macchinari in grado di svolgere complicatissimi calcoli ad una velocità irraggiungibile per la mente umana e che tramite l'apertura e la chiusura di circuiti potevano gestire un gran numero di informazioni. Con tempi di innovazione limitatissimi, gli ingombranti tubi termoionici furono sostituiti da parti sempre più piccole (valvole, relais, transistor, microchips) fino ad arrivare a microscopiche parti in silicio dove venivano impresse informazioni, altrimenti contenute in migliaia di transistor. Paesi leader in questo nuovo genere di produzione erano soprattutto gli U.S.A (in particolare la California, dove nacque l'Apple) e il Giappone, che svilupparono non solo la produzione di parti fisiche che compongono i computer, ma anche la produzione dei programmi che servono a far eseguire determinate operazioni. In poco tempo gli enormi e ingombranti calcolatori fecero spazio a tecnologie più veloci, in grado di gestire decine di migliaia di operazioni, fino ad arrivare al personal computer oggi installato nelle case di un quarto della popolazione mondiale. Oggigiorno il settore dell'informatica si è ampliato e si articola in molteplici e differenti campi di applicazione, dalla domotica (l'applicazione del computer alla gestione della casa) alla robotica (sviluppo di facoltà umane in macchine che arrivano ad assumere la fisionomia di "esseri tecnologici") fino alla telematica che trova il suo più grande campo d'azione nelle comunicazioni e in particolare nella rete mondiale di Internet che copre per intero la superficie del nostro pianeta (ma che ancora per 2 terzi della popolazione mondiale è un bene di lusso).

L'avvento di nuove tecnologie informatiche fece voltare pagina all'organizzazione della società industriale, in particolare del settore terziario nel quale si avviò una vera e propria rivoluzione. La massificazione dei servizi produsse ricchezza, ma anche milioni di impieghi (e impiegati) sottopagati: i macjobs, dal nome della più grande catena di fast-food esistente al mondo. Per quanto riguarda l'industria si superarono le vecchie concezioni fordiste e tayloriste della catena di montaggio che fecero posto alle teorie di organizzazioni produttive flessibili in grado di rispondere più velocemente alle richieste dei mercati. In un mondo che inizia a prendere una velocità di evoluzione elevatissima non c'è più spazio per le vecchie contrapposizioni ideologiche, di classe o di partito, del mondo bipolare ed emergono confronti e contrapposizioni generazionali tra giovani e adulti.

Inoltre, lo sviluppo tecnologico ha fatto sviluppare l'uso di una lingua veicolare, l'inglese, che sempre di più assume importanza nella nostra vita quotidiana. Ciò ha ridotto i tempi della comunicazione: il linguaggio condiviso, portatore di emozioni e parole, permette di scambiare opinioni con gente molto diversa e le comunicazioni ufficiali divengono più comprensibili. La comunicazione diviene globale e, insieme alle tecnologie informatiche, contribuisce alla globalizzazione, processo di integrazione economica e finanziaria a livello mondiale che continua a svilupparsi oggi e che porta con sé un decentramento delle attività produttive trasferite, per convenienza, in paesi più arretrati, dove le condizioni lavorative ricordano i racconti di Dickens.

Dall'informatica possiamo passare ad un altro campo, la cui evoluzione ci porta a riflettere su cose impensabili solo cento anni fa. La medicina, nella seconda metà del XX secolo, è riuscita a sviluppare in modo quasi inverosimile efficacissime tecniche diagnostiche; si pensi alla radiografia, una delle più semplici con cui si riesce a vedere a colpo d'occhio una frattura, o l'ecografia ad ultrasuoni, la tomografia assiale computerizzata (tac) con cui si riesce a diagnosticare tumori, glaucomi, linfonodi o emorragie, la risonanza magnetica nucleare con cui si riesce a vedere un eventuale danneggiamento muscolare, o infine la tomografia ad emissioni di positroni (Pet) con cui è facile diagnosticare anche la più nascosta delle embolie polmonari. Ma il più grande passo in avanti è stato compiuto nel 1956 quando Watson scoprì l'acido desossiribonucleico (il DNA) responsabile del nostro fenotipo e genotipo, il nostro bagaglio di geni; diede vita all'ingegneria genetica, in grado di studiare il nostro patrimonio genetico e di produrre nuove medicine più efficaci e tollerabili.

Ma la presenza di nuove tecnologie e medicine non ha purtroppo bloccato epidemie di malattie che si pensavano debellate (tubercolosi, dissenteria, etc.) che mietono ogni anno milioni di persone. Ad affiancarsi alle vecchie ci sono le nuove malattie, come i prioni di cui ancora non si sa molto, o come la più diffusa "peste del nostro tempo": l'Aids, trasmissibile con un semplice rapporto sessuale, o con scambio di sangue o di altri fluidi (non la saliva!!!!); che ha il suo focolaio principale in Africa e si è diffusa in tutti i continenti, anche in quelli più sviluppati; ciò è riconducibile anche alla rivoluzione sessuale e alla liberalizzazione dei costumi.

Oggi si discute su un tema di fondamentale importanza per il futuro medico: la bioetica, che prende in esame i dilemmi etici che avvolgono il rapporto medico/paziente. In questo campo ci sono certamente più domande che risposte, e le poche che ci sono possono essere interpretate in milioni di modi diversi. Gli argomenti trattati dalla bioetica sono, per così dire, "al limite", come la possibilità della fecondazione assistita o la possibilità di creare vita in laboratorio replicando un essere umano (clonazione). L'opinione si divide su temi come il diritto all'eutanasia, l'accanimento terapeutico, l'aborto terapeutico, argomenti che il più delle volte divengono banali temi di attualità affrontati in scialbi talk-show di mezzo mondo, trattati da gente che non ha le facoltà mentali per discutere di temi così importanti e che spesso vengono fusi nella cronaca per dare vita ad effimeri dibattiti sul senso della vita, chiaramente se questa ne ha uno.

IX) Dal cubismo a Habacuc: la dissoluzione della realtà; quando la visione del reale diviene tortura.

L'arte è una delle strade che l'uomo ha intrapreso per analizzare e studiare la realtà: si è arrivati, nel corso dei secoli, ad un livello tale di realismo che il pittore via via assomiglia ad un fotografo. Il sapiente uso dei colori, delle ombre e delle prospettive fa sembrare il dipinto una porzione di realtà stesa su una tela. Ma dalla bellezza formale e realista si passa pian piano a forme d'arte sempre più introspective, meno fedeli alla realtà poiché meno gli somigliano; e così si passa attraverso Neoclassicismo, Espressionismo, Impressionismo, fino ad arrivare al Cubismo. Un quadro cubista sembra tutto fuorché reale: si pensi a "Guernica", sembra orribile e ad un primo (e forse anche ad

un secondo) sguardo, non ha nulla a che fare con il reale, ed invece è forse una delle opere più realiste. Picasso, come tutti i cubisti, ha sfondato i limiti che si davano alla rappresentazione pittorica.

Il Cubismo prende vita da una frase di Picasso: “la natura è una cosa, la pittura un’altra” ciò significa porre sullo stesso piano arte e natura, quindi l’arte non è più subordinata alla natura ma cerca, secondo i cubisti, di creare un’altra realtà con regole e meccanismi diversi: “bisogna avere il coraggio di scegliere poiché una cosa non può essere allo stesso tempo vera e verosimile” (Braque). Da questa affermazione possiamo evincere altri aspetti della cultura cubista: la visione prospettica di un oggetto è verosimile ma non può essere vera. Si prenda per esempio un cubo: se noi lo disegniamo in prospettiva vedremo al massimo tre delle sue sei facce, ed inoltre le vedremo distorte: la base assomiglierà molto di più a un parallelogramma irregolare che ad un quadrato, nell’insieme assomiglierà ad un cubo ma non sarà mai un cubo vero e proprio; si prenda in considerazione lo stesso cubo: se lo si sviluppa su un piano, però, pur non assomigliando ad un cubo esso sarà sicuramente più reale, perché il suo sviluppo darà un cubo vero, e inoltre, in questo modo, si possono vedere tutte e sei le facce del cubo, non solamente alcune. La teoria esposta del cubo può essere applicata a qualsiasi forma, e in questo modo si possono mettere in evidenza la totalità degli elementi che compongono il soggetto dell’opera, e quindi questa risulterà sicuramente meno verosimile ma certamente più reale. Il pittore cubista immerge, per la prima volta nella storia, il suo dipinto in una dimensione temporale: guardando una rappresentazione cubista abbiamo quindi l’impressione che nello stesso momento guardiamo diverse inquadrature dello stesso soggetto.

Il cubismo, inteso come movimento artistico, si divide in due principali fasi: la prima, detta “Cubismo analitico”, in cui semplici oggetti quotidiani vengono scomposti secondo i principali piani che lo compongono. Tali piani, variamente ruotati e incastrati vengono poi distesi sulla tela e ricomposti dando origine a complesse figure che non sempre si riescono a riconoscere ad una prima rapida analisi; la seconda fase (di cui fa parte Gris), è denominata “Cubismo sintetico”, e vi si attua quell’equivalenza tra natura e arte di cui abbiamo detto all’inizio. In questa fase l’artista crea forme che non hanno nessun tipo di rapporto con figure o forme già note.

Per analizzare il limite a cui si è arrivati durante questo periodo si vuole studiare il “Ritratto di Ambroise Vollard” di Picasso, dipinto tra il 1909 e il 1910, e quindi appartenente alla fase del



Cubismo analitico. Sebbene il ritratto in sé stesso non sia particolarmente interessante, lo è invece, e molto, notare lo stile e lo schema compositivo. Picasso, nella struttura variamente frastagliata del quadro, mette in evidenza solamente ciò che è realmente importante per conoscere il soggetto, che è messo sullo stesso piano dello sfondo e segue le stesse regole di frammentazione degli altri elementi costitutivi del quadro. La fusione tra soggetto, sfondo e altri elementi è totale: non si riesce, infatti, a distinguere un elemento dall’altro senza far riferimento al suo contorno, solo in questo modo possiamo intravedere tra i tratti decisi un bottone, un libro, una bottiglia, un fazzoletto da taschino, che si fondono insieme per dare vita alle particolarità che distinguono Ambroise Vollard da qualsiasi altro uomo, e da cui si evince l’amore di Picasso per il dettaglio. Il pittore spagnolo riesce a dirigere tutto ciò con armonia senza cadere in un banale astrattismo e mantenendo costante il rapporto con la realtà.

Per concludere quest’ultima parte vorrei discostarmi dal programma tradizionale e riportare una notizia di cronaca di qualche mese fa: si tratta dell’esposizione di un cane vivo ad una mostra dell’artista sudamericano Vargas meglio conosciuto

sotto il nome di Habacuc, il quale ha legato il povero cane randagio al muro della sala d'esposizione, facendolo morire di fame e di sete per due interminabili giorni, al termine dei quali l'animale s'è spento. Il presunto artista ha giustificato la sua "opera" dicendo che era per mettere in luce l'ipocrisia della gente, il falso perbenismo delle persone di tutto il mondo che quotidianamente vedono cani randagi che muoiono di fame e non se ne curano e quasi li disprezzano, per poi ergersi a difensori degli stessi animali, solitamente trattati quantomeno con indifferenza, quando in massa c'è da puntare il dito su un artista che lega e tortura un cane ad una mostra a fini "umanitari".

Attraverso il cubismo, passando per la pop art e l'arte contemporanea siamo arrivati al punto che, per rappresentare la realtà, si tortura un essere vivente. I Cubisti volevano dipingere la realtà vera senza false prospettive e strategici chiaro/scuri, Habacuc prende la realtà e ne fa un "opera d'arte" senza mezzi termini. Si fanno impellenti alcune domande: siamo sicuri che la realtà debba essere lo scopo ultimo dell'arte? E qual è il limite che si dà alla rappresentazione della realtà? O meglio: esiste un limite all'arte?